Docentenhandleiding

Practicum Vallende bakjes

Onderwerp: Natuurkunde is modellen maken

Algemene beschrijving

Beschrijving

Wanneer bladeren van bomen vallen of wanneer een vel papier valt, dan gebeurt dat op een tamelijk onvoorspelbare manier. Het boomblad of papier zigzagt naar de grond en het is moeilijk te voorspellen wanneer en waar het zal landen. Maar wanneer we de randen van het papier omvouwen, dan wordt de beweging ineens redelijk voorspelbaar. Het papieren bakje beweegt langzaam en regelmatig naar de grond. Dit is zeker geen vrije val, luchtwrijving speelt een grote rol. Hoe kunnen we deze beweging wiskundig beschrijven in een model? Wat is de invloed van factoren als oppervlakte en massa van het bakje? Hoe kunnen we ons model experimenteel toetsen zelfs zonder een stopwatch? Hoewel deze activiteit met simpele middelen wordt uitgevoerd, illustreert ze precies wat fysisch model-denken is.

N.B. Bij deze versie van de activiteit gaat het om simpel model-denken met simpele middelen en beperkte tijd. De activiteit kan uitgevoerd worden als interactieve demonstratie door de docent of als een practicum van één les. Er is ook een “sophisticated” versie die een veel accurater model oplevert m.b.v. videometen. Dat is een mogelijke PO opdracht voor 5 vwo. Zie de verwijzing naar Wooning, Mooldijk en van der Valk (2003).

Voorkennis

- Beginnerskennis van begrippen als tijd (t), hoogte (h), massa (m), oppervlak (A) en snelheid (v)

Leerdoelen inhoud

- Natuurkunde is modellen maken.
- Wat zijn modellen en hoe worden die door natuurkundigen gebruikt om te voorspellen?
- Welke factoren beïnvloeden de valtijd van papieren bakjes? Hoe kom je tot een simpele maar misschien nog niet perfecte formule?
- Onafhankelijke en afhankelijke variabelen.

Leerdoelen vaardigheid

- Lijst met natuurkundige vaardigheden:
  - Model-denken
  - Handig experimenteren zonder apparatuur

Benodigdheden

- Gekleurd A4 papier van 160 g/m^2 (dus iets dikker dan normaal A4), druk daarop van tevoren rechthoeken met de gewenste oppervlakten A, ½ A, ¼ A af. Zie een sjabloon in bijlage A.
- Schaar

- Nietapparaat met nietjes (eventueel gedeeld tussen groepjes)
- Meetlint
- Enkele voorbeeld bakjes
- Bij 1 beschikbaar lesuur: bakjes van tevoren al in elkaar te nieten en massa en oppervlak erop aangeven.

Klassikale introductie van het practicum

Docent laat wat voorwerpen vallen; een steen, een munt, een blad papier en daarna een papieren bakje. Het papier dwarrelt maar het bakje lijkt heel voorspelbaar te bewegen. Laten we eens kijken naar de tijd t die nodig is om van een bepaalde hoogte h de vloer te bereiken.

Uitvoering/verwerking voor een 45-50 minuten les

1. Klassikale introductie (zie boven).
2. Klassikaal: maak met de klas een lijstje van factoren die mogelijk invloed hebben op de valtijd en vertaal die samen met de klas in een formule. Geef aan dat we gaan onderzoeken wat de invloed is van oppervlak A, hoogte h en massa m op de valtijd t. Bijvoorbeeld: bij een grotere A, wordt t dan groter of kleiner? En m? En h? Als we t schrijven als $t = \frac{\dots}{\dots}$ komt A dan boven of onder de deelstreep? En m? Dat wordt een eerste ruwe benadering van de formule, wie weet moet er A^2 staan i.p.v. A
3. Leerlingactiviteit: In groepjes van 3 onderzoeken leerlingen effecten van factoren als hoogte, oppervlak en massa. Let op dat ze óf massa, óf oppervlak constant houden. Indelen in groepjes die het effect van oppervlak A onderzoeken en groepjes die massa m onderzoeken. Geef vooraf aan of ze het oppervlak of de massa constant moeten houden.
4. Eventuele klassikale interventie halverwege de metingen: zorg dat je of A of m constant houdt en de ander varieert.
5. Het whiteboard verdelen in drie vlakken met links een tekening van de opzet van de meting, in het midden een tabel met resultaten en rechts de conclusie en resulterende formule.
6. Nabespreking van resultaten die uitkomt op de conclusie dat t evenredig is met A of $\sqrt{A}$ en omgekeerd evenredig met $\sqrt{m}$. Maar preciezer meten zou nog tot verdere aanpassingen kunnen leiden. Verder communiceren dat natuurkundig onderzoek vaak op deze intuïtieve manier begint en dat de volgende stap is om theorie te gebruiken om mogelijke verbanden in formulevorm te voorspellen (hieruit zal blijken dat t evenredig is met $\sqrt{A}$ en omgekeerd evenredig met $\sqrt{m}$).

Uitvoering/verwerking voor een dubbel lesuur

1. Klassikale introductie (zie boven).
2. In groepjes van 3: korte 5-minuten brainstorm over welke factoren invloed hebben op de valtijd t en proberen dat in formulevorm te schrijven.
3. Klassikaal: discussie van voorstellen van de groepjes.
4. In groepjes van 3: (eventueel eerst nog benodigde bakjes in elkaar nieten) leerlingen onderzoeken of het verband van t met A, of het verband van t met m. Hun whiteboard bevat links een tekening van de opzet van de meting, in het midden een tabel met resultaten en rechts de conclusie en resulterende formule.
5. Klassikale interventie halverwege de metingen of eerder: even zeker zijn dat leerlingen de juiste variabelen constant houden en de hoogte h handig instellen.
6. In groepjes: doorgaan met onderzoek. Als ze tijd hebben eventueel de andere variabele ook onderzoeken (A of m).
7. Klassikaal: Discussie aan de hand van de whiteboards met twee zaken om te benadrukken:

   a. t is waarschijnlijk evenredig met A of $\sqrt{A}$ en waarschijnlijk omgekeerd evenredig met $\sqrt{m}$. Preciezere metingen zouden tot verdere aanpassingen kunnen leiden.
   b. Veel natuurkundig onderzoek start op deze intuïtieve manier, maar als we theoretisch al wat meer weten, dan kunnen we ook formules afleiden en die vervolgens experimenteel toetsen.
8. Eventueel: discussie over het afleiden van het verband met behulp van formules. Hieruit zal blijken dat t evenredig is met $\sqrt{A}$ en omgekeerd evenredig met $\sqrt{m}$.

Tips

- Het kan efficiënt zijn om groepjes verschillende onderzoekstaken te geven of te laten kiezen. Enkele groepjes onderzoeken dan de invloed van hoogte h, andere groepjes die van oppervlak A, of van massa m.
- Gebruik steeds ½ A4 en knip eventueel stukjes af die je in het bakje doet om m constant te houden. Gebruik ook de voorgetekende A4 (bijlage) voor handige afmetingen.
- Vergelijk de valtijd van een bakje met oppervlak A, massa m van hoogte h vergeleken met $2A$, m van ½ h. Als $t \propto A$, dan komen de bakjes tegelijk aan.
- Vergelijk de valtijd van een bakje met A, m van ½ h met A, $2m$ van h. Als $t \propto 1/m$ dan komen de bakjes tegelijk aan. Maar hoe toets je of $t \propto 1/\sqrt{m}$?

Organisatie

- Zie uitvoering met klassikale intro, taak 1, klassikale bespreking, taak 2, klassikale nabespreking.
- Leerlingen werken in groepjes van drie, eventueel met een deeltaak (zie tips).
- Alternatief 1: uitvoeren als interactieve docent demonstratie met korte groepjes discussies.
- Alternatief 2: de gevraagde verbanden onderzoeken door gebruik te maken van een stopwatch. De leerlingen die wat meer uitdaging willen, kunnen dan de opdracht krijgen om de verbanden zonder stopwatch te onderzoeken.

Inhoud kringgesprek

- Bespreek achtereenvolgens de resultaten van leerlingen over de invloed van h, A, en m met behulp van de tabellen op de whiteboards.
- Bespreek technische probleempjes voor zover relevant (vaardigheidsaspecten).
- Kloppen onze conclusies of zou het toch ingewikkelder kunnen zijn?
- Afhankelijke en onafhankelijke variabelen.
- Wat is natuurkunde? Wat hebben we gedaan? Waar is dit nuttig voor?

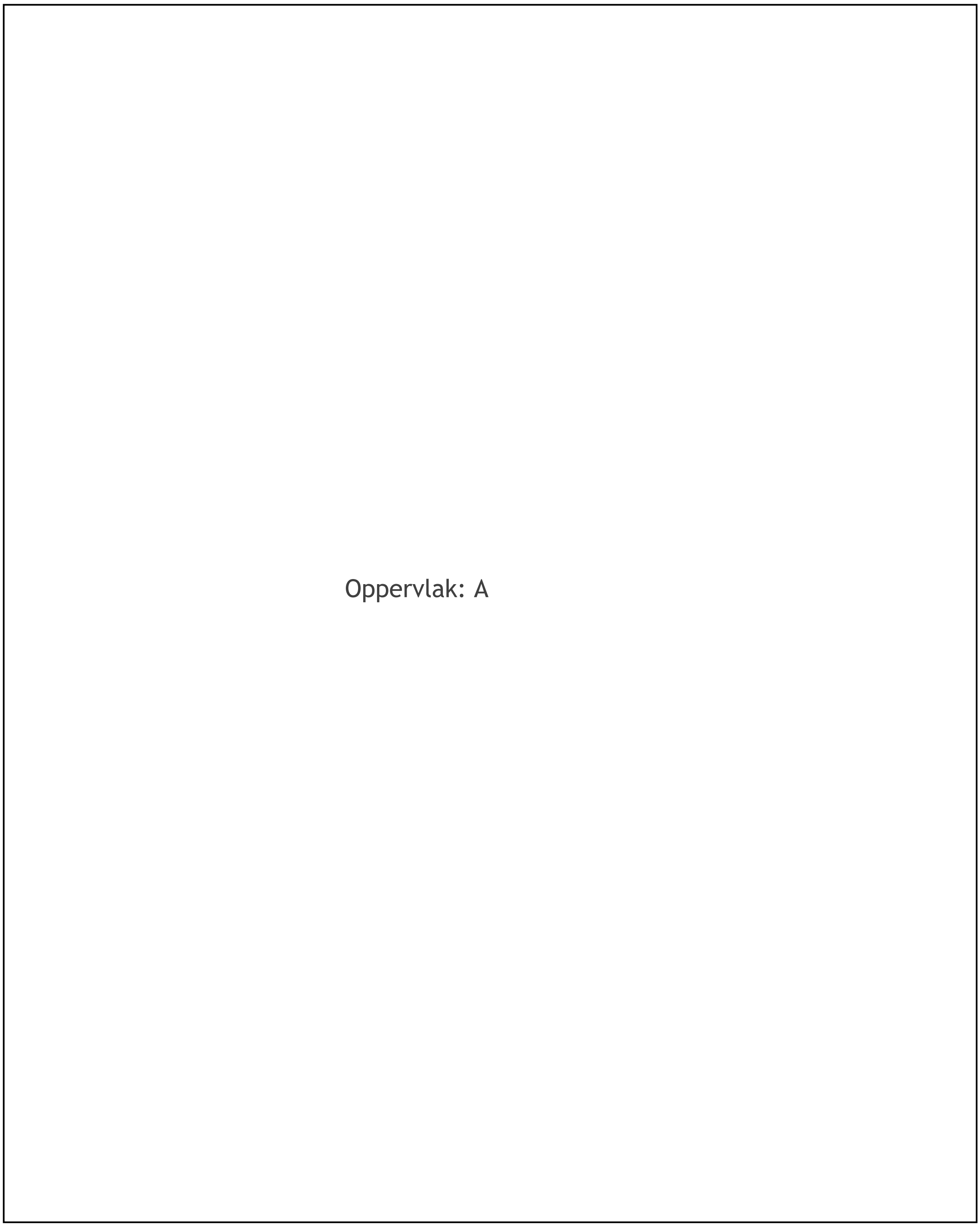
Literatuur

E. Rogers (1960). Physics for the Inquiring Mind. Princeton University Press, p167.

Wooning, J., Mooldijk, A. & van der Valk, T., (2003) Tophoek en snelheid van vallende kegels, https://natuurkundedidactiek.nl/wp-content/uploads/sites/224/2017/03/hbnd-w-05-03-LSM-4-dhl-mini-pws-vallende-kegels.pdf Hier is hetzelfde verschijnsel gebruikt voor een uitgebreide 5 vwo onderzoeksopdracht (PO) van ongeveer 10 slu. Er is een grondige fysisch-mathematische beschrijving.

Oppervlak: ½ A

Oppervlak: 1/2A


Oppervlak: A

Oppervlak: ¼ A

Oppervlak: ¼ A

Oppervlak: ¼ A

Oppervlak: ¼ A

BIJLAGE B FYSISCHE UITLEG

N.B. De nadruk van de nabespreking moet liggen op de gestelde leerdoelen en die vereisen **geen** complete fysische uitleg zoals hieronder gepresenteerd. De docent kiest zelf hoever te gaan in de uitleg.

Vrije Val

Een val wordt "vrije val" genoemd wanneer luchtweerstand kan worden verwaarloosd. Stenen vallen "vrij" als we ons beperken tot een afstand van enkele meters. In vrije val verwaarlozen we alle krachten behalve de zwaartekracht, dus:

$$\Sigma \boldsymbol{F} \text{ (= resultante kracht)} = m\cdot\boldsymbol{g} = m\cdot\boldsymbol{a} \qquad (1)$$

We hebben dus een beweging met versnelling: $a = g = 9.8\ \text{m/s}^2$

De afstand h die in een tijd t wordt afgelegd is: $h(t) = ½\ g\cdot t^2$ (2)

De tijd die nodig is om een afstand h te vallen: $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ (3)

Let op, de massa staat niet in de formule. Dit geldt ook voor *A*, de oppervlakte van de doorsnede. Als luchtwrijving verwaarloosd kan worden, dan hebben massa en oppervlakte geen invloed en vallen alle voorwerpen even snel, grote en kleine stenen, etc. Voor grotere valafstanden kan luchtweerstand meestal niet worden verwaarloosd, ook niet voor stenen.

Vallen en luchtweerstand

Vaak kan luchtweerstand niet worden verwaarloosd, zoals bij een boomblad of een vel papier. Het vallen van een boomblad is moeilijk te beschrijven. Dan kiezen we in de natuurkunde altijd eerst een eenvoudiger situatie en proberen we daar een goede beschrijving voor te vinden.

Eerste vereenvoudiging: Wanneer we de zijden van het papier omvouwen en een bakje maken, dan valt het papier op een meer regelmatige manier. Het bakje bereikt heel snel een constante snelheid en vervolgt zijn weg met constante snelheid. Als die snelheid inderdaad constant is, dan is de versnelling nul en moet de resultante kracht ook nul zijn:

$$\Sigma \boldsymbol{F} = m\cdot\boldsymbol{a} = m\cdot\boldsymbol{g} - F_{\text{lucht op bakje}} = 0 \qquad (4)$$

Hier is $F_{\text{lucht op bakje}}$ de kracht van de lucht op het bakje

Tweede vereenvoudiging: Laten we een eenvoudige formule bedenken voor de luchtweerstand. We vermoeden dat hoe groter het oppervlak van het bakje, hoe groter de luchtweerstand. We vermoeden ook dat de snelheid van het bakje iets te maken heeft met de luchtweerstand. Laten we maar eens het volgende proberen:

$F_{\text{lucht op bakje}} = k \cdot A \cdot v$ (5)

waar k een constante is, A het oppervlak en v de snelheid van het bakje

Dus we herschrijven (5) als: $m \cdot g - k \cdot A \cdot v = 0$, of $v = \dfrac{m.g}{k.A}$ (6)

Voor een beweging met constante snelheid kunnen we schrijven: $h = v \cdot t$ of

$$t = \frac{h}{v} = \frac{k.A.h}{mg} \quad (7)$$

De valtijd wordt groter bij een grotere oppervlakte en kleiner voor een grotere massa van het bakje. Dat klinkt heel acceptabel. Door deze vereenvoudigingen hebben we een model gekregen dat beschreven wordt door de formule voor de valtijd t (formule 7). Nu kunnen we de formule toetsen. We hebben geen stopwatch, maar de formule voorspelt dat als we twee bakjes hebben P en Q met oppervlakte *A* respectievelijk 2*A*, dan valt het bakje met oppervlak *A* dubbel zo snel. Als we bakje P (met *A*) van 2*h* laten vallen en het bakje Q (met 2*A*) van *h*, dan moeten ze gelijk aankomen want:

$$t_P = \frac{k.A.2h}{m} = t_Q = \frac{k.2A.h}{m}$$

Laten we dit proberen. Pas op, we moeten de massa constant houden. Dat kan. Als P van ¼ A4 gemaakt is en Q van ½ A4, dan moeten we voor P gewoon twee bakjes in elkaar nemen, of een bakje met daarin nog een extra ¼ A4 gevouwen.

Veel leerlingen vonden echter dat het bakje met ¼ *A* 1½ x zo hoog moet zijn (hoogte 1½ *h*) als het bakje met ½ *A* (hoogte *h*) om toch in dezelfde tijd de grond te bereiken. Dat geeft te denken.

Op dezelfde manier voorspellen we dat een bakje P met een massa *2m* van een hoogte 2*h* net zo snel moet aankomen als een bakje Q met massa *m* van hoogte *h*. *Dat blijkt niet te kloppen*.

Dan moeten we wat anders proberen, een functie van *m*. Uiteindelijk blijkt dat als we een bakje P met massa *4m* van hoogte 2*h* laten vallen, het bakje gelijk aankomt met een bakje Q met massa *m* en hoogte *h*. Beide bakjes moeten natuurlijk dezelfde oppervlakte *A* hebben.

We moeten dan onze formule (7) aanpassen met als resultaat:

$$t = \frac{h}{v} = \frac{k.A.h}{g\sqrt{m}} \quad (8)$$

Even controleren, voor P krijgen we:

$$t_P = \frac{k.A.2h}{g\sqrt{4m}} = \frac{k.A.h}{gm} = t_Q \qquad (9)$$

Formule 8 klopt nu voor de massa maar nog niet voor de oppervlakte *A*. Als we eens in een natuurkundeboek kijken, dan zien we dat boven een bepaalde minimumsnelheid de wrijvingskracht evenredig is met v^2 en niet met v. Dus formules 5, 6, en 7 worden:

$F = k.A.v^2$ $\quad v = \sqrt{\frac{mg}{kA}}$ $\quad$ en $t = \frac{h}{v} = h.\sqrt{\frac{kA}{mg}} = c.h\sqrt{\frac{A}{m}}$ (10) $\quad$ met $c = \sqrt{\frac{k}{g}}$

c is gewoon een nieuwe constante. Nu kloppen onze waarnemingen beter met het model. Volgens dit model valt een bakje met oppervlak A van een afstand 1,4 h in dezelfde tijd als een bakje met oppervlak 2A van een hoogte h.

Bakje A van 1,4h : $\quad t = \frac{h}{v} = c.(1,4)h\sqrt{\frac{A}{m}}$

Bakje 2A van h: $\quad t = \frac{h}{v} = c.h\sqrt{\frac{2A}{m}} = c.h.\sqrt{2}.\sqrt{\frac{A}{m}} = (1,4).c.h.\sqrt{\frac{A}{M}}$

Op dezelfde manier kunnen we laten zien dat een bakje met A en 4m van 2x zo hoog moet vallen als een bakje met A en m om gelijk aan te komen. Vul maar in!

Bakje met A en 4m van 2h: $\quad t = \frac{h}{v} = c.2h\sqrt{\frac{A}{4m}} = c.\frac{2}{2}.h.\sqrt{\frac{A}{m}} = c.h.\sqrt{\frac{A}{m}}$

Bakje met A en m van h: $\quad t = \frac{h}{v} = c.h\sqrt{\frac{A}{m}}$

Het zou best kunnen dat als we verder gaan met experimenteren, dat we ons model nog moeten aanpassen. Bijvoorbeeld, formule 8 zou wel eens niet kunnen kloppen voor hele kleine bakjes, of voor bakjes met hele lage of hoge wanden. Dan zullen we ons model verder moeten aanpassen.

<u>Wat is natuurkunde?</u>

Docentenhandleiding
In natuurkunde beschrijven we verschijnselen. Wanneer we een goede beschrijving hebben, dan kunnen we die gebruiken om voorspellingen te doen of zelfs om de verschijnselen te sturen. We gebruiken wiskunde om een nauwkeurige beschrijving te krijgen. Meestal gebruiken we daar veel meer theorie bij dan we boven hebben gedaan, maar tenslotte moeten we controleren of onze modellen kloppen. We experimenteren en dat levert meestal een verbeterd model op. Dat is wat we in dit experiment gedaan hebben. We hebben dus laten zien hoe de natuurkunde te werk gaat.

We hebben ook gezien dat je in veel experimenten 1 variabele tegelijk varieert, bijvoorbeeld de A, en dat je de andere variabelen (m) dan constant moet houden.

Nog een detail: constante snelheid?

In ons model hebben we aangenomen dat de bakjes direct een constante snelheid bereiken. Is dat zo? Wat is een typische snelheid van een bakje? Een meter vallen in 2 seconden, dus v = ½ m/s.

Hoe lang duurt dat voordat die valsnelheid is bereikt? We maken even een ruwe schatting door aan te nemen dat de versnelling g is, in werkelijkheid is de versnelling in het begin minder want er is wrijving zodra er snelheid is.

$v(t) = v(0) + g.t$ met $v(t) = ½$ m/s , $v(0) = 0$ m/s en $g = 9{,}8$ m/s^2

dan is de tijd die nodig is om te versnellen tot ½ m/s: t = ½ /9,8 = 0,05 s en dat is erg klein t.o.v. de totale valtijd van 2 ongeveer seconden. De aanname dat de bakjes het hele traject met constante snelheid afleggen is dus best acceptabel.